

B. Sc. (Part-III) Examination, 2016

Mathematics-Third Paper

(Numerical Analysis)

Note :- Answer any five questions in all. Question No. 1 is compulsory. Answer one question from each unit. Marks allotted to each question are indicated in the right hand margin.

1. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए। MGKVPonline.com 3.5 × 10 = 35

Answer the following questions :

(i) सिद्ध कीजिए :

$$hD = \log (1 + \Delta)$$

Prove that

$$hD = \log (1 + \Delta)$$

(ii) यदि $E^2 y_n = n^2$ तथा का मान प्राप्त कीजिए।

If $E^2 y_n = n^2$ and $h=1$, find y_0 .

(iii) यदि $u_0 = 2, u_1 = 5, u_2 = 12, u_3 = 20, u_4 = 30$, हो तब बिना अन्तर सारणी के प्रयोग किए $\Delta^4 u_0$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $u_0=2, u_1=5, u_2 = 12, u_3 = 20, u_4 = 30$, then without using difference table, find $\Delta^4 u_0$.

(iv) लेग्रेंज के इण्टरपोलेसन फार्मूला का उल्लेख कीजिए।

State Lagrange's interpolation formula.

(v) अन्तर समीकरण $f(E) = n^2 a^n$

MGKVPonline.com

PTO

को हल करने की विधि का विवरण दीजिए।

MGKVPonline.com

Discuss the method for finding the solution of the difference equation

$$f(E) = n^2 a^n.$$

(vi) चैबिश्चेव बहुपद का उल्लेख कीजिए।

Discuss Chebyshev's polynomials.

(vii) अवकलन समीकरण

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right),$$

$$y(x_0) = a, y'(x_0) = b$$

को हल करने की विधि का विवरण दीजिये।

Discuss the method of solving the differential equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right),$$

$$y(x_0) = a, y'(x_0) = b$$

(viii) संख्यात्मक समाकलन के लिये वेडल नियम का उल्लेख कीजिए।

State Weddle's rule of numerical integration.

(ix) अंतराल $[a, b]$ में समीकरण $f(x) = 0$ को हल करने के लिये मूल प्रमेय का उल्लेख कीजिये।

State the fundamental theorem to solve the equation $f(x) = 0$ in the interval $[a, b]$.

(x) वक्र $y = ab^x$ को n बिन्दुओं के सेट में लीस्ट स्क्वायर विधि से फिट करने के लिये नार्मल समीकरणों को ज्ञात कीजिये।

Find the normal equations for fitting the curve $y = ab^x$ to a set of n points by least square method.

Unit-I

2. (a) त्रिघात बहुपद ज्ञात कीजिये जो निम्नलिखित मूल्यों को लेता है :

5+5

MGKVPonline.com

x :	0	1	2	3
f(x) :	1	3	9	30

अतः $f(5)$ ज्ञात कीजिए।

Find the cubic polynomial which takes the following values.

x :	0	1	2	3
f(x) :	1	3	9	30

Hence, find $f(5)$. MGKVPonline.com

(b) यदि $y(1) = -3$, $y(3) = 9$, $y(4) = 30$, $y(6) = 132$ तब न्यूटन के भाजित अन्तर सूत्र का प्रयोग करके $f(2)$ का मान ज्ञात कीजिये।

$y(1) = -3$, $y(3) = 9$, $y(4) = 30$, $y(6) = 132$, use Newton's divided difference formula to evaluate $y(2)$. Or

3. (a) निम्न सारणी से $f(22)$ तथा $f(42)$ का मान ज्ञात कीजिये- 5+5

x :	20	25	30	35	40
f(x) :	354	332	291	260	231

Estimate the values of $f(22)$ and $f(42)$ from the following table :

x :	20	25	30	35	40
f(x) :	354	332	291	260	231

(b) निम्न सारणी से $y(25)$ का मान स्टर्लिंग के सूत्र से ज्ञात कीजिए-

x :	10	20	30	40
f :	1.1	2.0	4.4	2.9

Given the table, above, estimate the value of $y(25)$ using Sterlings formula

Unit-II

4. (a) निम्न अन्तर समीकरण को हल कीजिए :

Solve the following :

5+5

$$y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n = n^2 \cdot 2^n$$

(b) निम्न साइमल्टेनियस अन्तर समीकरणों को हल कीजिए-

$$y_{n+1} - y_n + 2z_{n+1} = 0,$$

$$z_{n+1} - z_n + 2y_n = 2^n$$

Solve the following simultaneous equations :

$$y_{n+1} - y_n + 2z_{n+1} = 0,$$

$$z_{n+1} - z_n + 2y_n = 2^n$$

Or

5. (a) सिम्पसन- $\frac{1}{3}$ सूत्र का प्रयोग करके मान ज्ञात कीजिए, जब $h = 1$ 5+5

$$\int_b^c \frac{dx}{1+x^2}$$

MGKVPonline.com

Evaluate $\int \frac{dx}{1+x^2}$ by using Simpson's $\frac{1}{3}$ rd-rule taking $h = 1$.

(b) निम्न सारणी में दो चर x तथा y के संगत मान दिये गये हैं।

x :	2	4	6	8	10
f :	105	42	25	16	13

$y'(2)$ तथा $y''(2)$ का मान ज्ञात कीजिए। MGKVPonline.com

The following table gives corresponding values of two variables x and y .

$x :$	2	4	6	8	10
$f :$	105	42	25	16	13

Find $y'(2)$ and $y''(2)$.

Unit-III

6. (a) दिया है $\frac{dy}{dx} = x + y^2, y(0)=1$. आइलर के सूत्र का प्रयोग करके चार चरणों में $y(0.4)$ का मान ज्ञात कीजिए। 5+5

Given that $\frac{dy}{dx} = x + y^2, y(0)=1$. Find the approximate value of $y(0.4)$ in

four steps by Euler's formula.

- (b) रंगे-कुट्टा के चतुर्थ आर्डर फार्मूला का प्रयोग करके $x = 0.1$ के y लिये का मान ज्ञात कीजिए, यदि संतुष्ट y करता है।

$$\frac{dy}{dx} = xy + y^2, y(0)=1$$

Using Runge-Kutta Fourth order formula, find the value of y at $x = 0.1$ if y satisfies

$$\frac{dy}{dx} = xy + y^2, y(0)=1$$

Or

7. (a) न्यूटन-राफसन विधि का प्रयोग करके समीकरण

$$x^3 - 2x - 5 = 0$$

का एक वास्तविक मूल दशमलव के तीन अंकों तक ज्ञात कीजिए। 5+5

Find a real root of the equation

$$x^3 - 2x - 5 = 0$$

using Newton - Rapheson method correct to three decimal places.

- (b) निम्न सारणी के लिये लीस्ट-स्क्वायर विधि से $y = a + bx^2$ के रूप का वक्र संयोजित कीजिए-

$x :$	10	20	30	40
$f :$	8	10	15	21

अतः $y(25)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Fit a curve of the form $y = a + bx^2$ by least-square method for the following data : MGKVPonline.com

$x :$	10	20	30	40
$f :$	8	10	15	21

Hence, find $y(25)$

Unit-IV

8. (a) रिगुला-फाल्सी विधि का प्रयोग करके समीकरण

$$xe^x - 2 = 0 \text{ MGKVPonline.com}$$

5+5

का एक वास्तविक मूल, दशमलव के तीन अंकों तक सही, ज्ञात कीजिए।

Using Regula-Falsi method, compute a real root of the equation

$$xe^x - 2 = 0$$

correct to three decimal places.

- (b) जैकोबी-विधि का प्रयोग करके निम्न समीकरणों को हल कीजिए।

Solve the following using jacobi's method :

$$5x + 2y + z = 12$$

$$x + 4y + 2z = 15$$

$$x + 2y + 5z = 20$$

प्रारम्भिक मान $x_0 = y_0 = z_0 = 0$ लेकर तीन चरणों चल चले।

Use initial values $x_0 = y_0 = z_0 = 0$, proceed upto 3 steps.

Or

9. (a) पावर-विधि द्वारा आव्यूह

5+5

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

के अधिकतम आइजन मूल्य को प्राप्त कीजिए।

Find the largest, eigen value of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- (b) हाउसहोल्डर के विधि से आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

को ट्राईडाइगोनल रूप में परिवर्तित कीजिए।

Reduce the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

to the tridiagonal form by Householder's method.