

**B. Sc. (Part-II) Examination, 2016**  
**Mathematics- Third Paper**  
**(Mechanics)**

**Note :-** Answer five questions in all. Question no. 1 is compulsory. Answer one question from each Unit. Marks allotted to each question are indicated in the right hand margin.

1. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

3X10=30

Answer the following questions :

(i) कोई कण वृत्त  $r = 2a \cos \theta$  के अनुदिश इस प्रकार गति करता है कि इसका त्वरण

मूल बिन्दु की ओर शून्य है। सिद्ध कीजिए कि  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2 \cot \theta \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2$

A particle moves along a circle  $r = 2a \cos \theta$  in such a way that its acceleration towards the origin is always zero. Prove that

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2 \cot \theta \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

(ii) सरल आवर्त गति की परिभाषा दीजिए। इसका आवर्त काल क्या होगा?

Define S.H.M. What is its time period?

(iii) हुक लॉ को परिभाषित कीजिए।

Define Hooke's Law.

(iv) प्रतिरोधक माध्यम में गिरने वाले किसी कण के सीमान्त वेग की व्याख्या कीजिए।

Discuss terminal velocity of a particle falling in a resisting medium.

(v) किसी कण की बाध्यगति को परिभाषित कीजिए।

Define constrained motion of a particle.

(vi) ग्रह गति के लिए कैपलर नियमों का उल्लेख कीजिए।

State Kepler's laws of Planetary Motion.

(vii) गुरुत्व केन्द्र की परिभाषा दीजिए एवं एक त्रिभुजाकार पटल के गुरुत्व केन्द्र का सूत्र लिखिए।

Define centre of gravity and state the formula for the centre of gravity of a triangular lamina.

MGKVPonline.com

(viii) स्थिर तथा अस्थिर संतुलन की परिभाषा लिखिए।

Define Stable and Unstable equilibrium.

- (ix) एक कण पर कार्य करने वाले एक समतलीय बलों के तंत्र के लिए आभासी कार्य के सिद्धान्त का कथन दीजिए।

State the principle of virtual work for a system of coplanar forces acting on a particle.

- (x) एक सामान्य रज्जु वक्र को परिभाषित कीजिए। सामान्य रज्जु वक्र के और तथा और के बीच के सम्बन्धों का उल्लेख कीजिए।

Define common catenary and give a relation between  $y$  and  $\psi$  and  $x$  and  $\psi$  for a common catenary.

### Unit-I

2. (a) स्पर्शरेखीय तथा अभिलम्बीय त्वरणों के व्यंजक ज्ञात कीजिए। 5

Find the expression for tangential and normal acceleration.

- (b) एक कण  $a$  त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर इस प्रकार से चलता है कि उसका स्पर्शरेखीय त्वरण, अभिलम्बीय त्वरण का  $\lambda$  गुना है। एक निश्चित बिन्दु पर उसका वेग  $u$

है। सिद्ध कीजिए कि  $\left(\frac{a}{\lambda u}\right)[1 - e^{-2\pi\lambda}]$  समय बाद कण पुनः उसी बिन्दु पर होगा।

MGKVPonline.com

5

A point is describing a circle of radius  $a$  in such a way that the tangential acceleration is  $\lambda$  times the normal acceleration. If its speed at a certain time is  $u$ . Prove that it will return to the same point after a

time  $\left(\frac{a}{\lambda u}\right)[1 - e^{-2\pi\lambda}]$ .

Or

3. (a) एक कण सरल आवर्त गति का रहा है जिसका आवर्त काल  $T$  तथा केन्द्र  $O$  के सापेक्ष दोलन कर रहा है और यह एक बिन्दु  $P$  ( $OP = b$ ) पर  $v$  वेग से  $OP$  दिशा से गुजरता है। सिद्ध कीजिए कि वह समय जब यह पुनः पर लौटकर आता है।

$\frac{T}{\pi} \tan^{-1} \frac{vT}{2\pi b}$  है।

5

A particle is performing a S.H.M. of period  $T$  about a centre  $O$  and it passes through a point  $P$  ( $OP = b$ ) with velocity  $v$  in the direction  $OP$ . Prove that

the time which elapses before its return to  $P$  is  $\frac{T}{\pi} \tan^{-1} \frac{vT}{2\pi b}$ .

- (b) यदि एक कण किसी स्थिर बिन्दु से एक प्रत्यास्थ डोरी द्वारा लटकाया गया है तो गति की विवेचना कीजिए। 5

If a particle is suspended from a fixed point by an elastic string, discuss the motion.

4. (a) एक कण गुरुत्वाकर्षण (अचर) के अन्तर्गत एक प्रतिरोधक माध्यम में नीचे की ओर गिरता है जिसका प्रतिरोध वेग के वर्ग के अनुक्रमतः है। इस कण का वेग किसी समय  $t$  पर ज्ञात कीजिए यदि वह विरामावस्था से प्रारम्भ करता है। 5

A particle falls under gravity (constant) in a resisting medium whose resistance varies as the square of the velocity. Find the velocity of it at any time, if it starts from rest.

- (b) एक कण ऊर्ध्वाधर दिशा में  $u$  वेग से एक माध्यम में प्रक्षेपित किया जाता है जिसका प्रतिरोध वेग के वर्ग के समानुपाती है तो दर्शाइये कि कण प्रक्षेप बिन्दु पर वेग

$$\frac{uv}{\sqrt{u^2 + v^2}} \text{ से पहुँचेगा जब कि } v \text{ टर्मिनल वेग है।} \quad 5$$

A particle is projected vertically upwards with a velocity  $u$  in a medium whose resistance varies as the square of the velocity. Prove that the particle

will return to the point of projection with velocity  $\frac{uv}{\sqrt{u^2 + v^2}}$ , where  $v$  is the terminal velocity. Or

5. (a) एक कण उर्ध्वाधर वृत्त में जिसकी त्रिज्या है, स्वतंत्र रूप से चलता है। उसे ऐसे वेग से सबसे नीचे बिन्दु से फेंका जाता है कि वह ठीक सबसे ऊँचे बिन्दु तक पहुँच सके।

दिखाइए कि  $\sqrt{\frac{r}{g}} \log(\sqrt{5} + \sqrt{6})$  समय बाद कण एवं तार के बीच प्रतिक्रिया शून्य होगी। 5

A particle is free to move on a smooth vertical circular wire of radius  $r$ . It is projected from the lowest point with velocity, just sufficient to carry it to the highest point. Show that the reaction between the particle and the

wire is zero after a time  $\sqrt{\frac{r}{g}} \log(\sqrt{5} + \sqrt{6})$ .

- (b) एक चिकने तथा उलटे रूप में चक्रज के कस्प से  $v$  गति द्वारा चाप के नीचे की तरफ एक कण प्रक्षेपित किया जाता है। दिखाइए कि शीर्ष पर पहुँचने का समय

$$2\sqrt{\frac{a}{g}} \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{4ag}}{v} \right) \text{ है।} \quad 5$$

A particle is projected with velocity  $v$  from the cusp of a smooth inverted cycloid down the arc. Show that the time of reaching the vertex is

$$2\sqrt{\frac{a}{g}} \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{4ag}}{v} \right)$$

### Unit-III

MGKVPonline.com

6. (a) केन्द्रीय कक्षा का अवकल समीकरण  $F = \frac{h^2}{p^3} \frac{dp}{dr}$  के रूप में ज्ञात कीजिए। 5

Find the differential equation of central orbit in polar form

$$F = \frac{h^2}{p^3} \frac{dp}{dr}$$

- (b) यदि केन्द्रीय पथ  $r = a(1 + \cos \theta)$  हो तो सिद्ध कीजिए कि केन्द्रीय बल  $\frac{1}{r^4}$  के समानुपाती होगा। 5

If the central orbit is  $r = a(1 + \cos \theta)$ . Prove that the central force is proportional to  $\frac{1}{r^4}$ . Or

7. (a) गोलीय निर्देशांकों के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात कीजिए। 5

Obtain acceleration of particle in terms of spherical polar co-ordinates.

- (b) एक कण जिसका केन्द्रीय त्वरण  $\mu u^{2n+3}$  है, ऐप्स से प्रक्षेपित किया जाता है, इसका प्रक्षेप वेग अनन्त से  $a$  तक गिरने में प्राप्त वेग के बराबर है। सिद्ध कीजिए कि पथ का समीकरण  $r^n = a^n \cos n\theta$  है। 5

A particle is projected from an apse at a distance  $a$  with a velocity from infinity under the action of central acceleration  $\mu u^{2n+3}$ . Prove that the path is  $r^n = a^n \cos n\theta$ .

### Unit-IV

8. (a) बलों के किसी निकाय के लिए रेखा

$$\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n} \quad \text{MGKVPonline.com}$$

के शून्य रेखा होने का प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए। 5

Find the condition that the straight line

$$\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$$

may be a null line for any given system of forces.

- (b) धनात्मक चतुर्थांश में साइक्लाइड  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  के चाप का केन्द्रक ज्ञात कीजिए। 5

Find the centroid of the arc of the cycloid  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  which lies in the positive quadrant. Or

9. (a) एक सामान्य सर्वत्रसम रज्जु वक्र के लिए समीकरण  $y = c \cos \frac{hx}{c}$  के रूप में निकालिए। MGKVPonline.com 5

Obtain the equation of Uniform Catenary in the form  $y = c \cos \frac{hx}{c}$ .

- (b) एक ठोस पिण्ड के विभिन्न बिन्दुओं पर क्रियाशील समतलीय बलों के निकाय के लिए आभासी कार्य के सिद्धान्त को लिखिए तथा सिद्ध कीजिए। 5

State and prove the Principle of Virtual Work for a system of coplanar forces acting at different points of a rigid body.

MGKVPonline.com

---

अपना पेपर हमें WHATSAPP या Email करें और 10 से 20 रूपए का मोबाइल TOPUP या PAYTM प्राप्त करें और अपने जूनियर्स कि मदद भी करें

Whatsapp No 9300930012

E-mail MA9300930012@GMAIL.COM