

B.Sc. (Part-I) Examination, 2015
Mathematics- Second Paper (Calculus)
SET No. : 3137/C

1. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए (Answer the following questions) :

(a) सिद्ध कीजिए कि (Prove that)- $\Gamma n + 1 = n \Gamma n$.

(b) सिद्ध कीजिए कि बिन्दु $x = 1$ पर फलन

$f(x) = [x], x \in [0, 2]$ अवकलनीय नहीं है।

Prove that the function $f(x) = [x], x \in [0, 2]$

is not differentiable at $x = 1$.

(c) उस सतत फलन का उदाहरण लिखिए जो रोल के प्रमेय का पालन नहीं करता है।
Give an example of a continuous function for which Rolle's theorem does not hold.

(d) ज्ञात कीजिए (Evaluate)- $\lim_{x \rightarrow \infty} x \tan \frac{1}{x}$

(e) वक्रों के वक्रता की परिभाषा लिखिए उस वक्र का समीकरण लिखिए, जिसकी वक्रता अशून्य नियतांक है।

Define curvature of curves. Give an example of a curve whose curvature is nonzero but constant.

(f) परवलय $y^2 = 4ax$ के स्पर्शियों के समूह का "इनवेलप" ज्ञात कीजिए।

Find the envelope of family of tangents of a parabola $y^2 = 4ax$.

(g) यदि $u = \log \frac{x^4 + y^4}{x + y}$ हो तो सिद्ध कीजिए- $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3$

Prove that- $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3$ where $u = \log \frac{x^4 + y^4}{x + y}$

(h) वक्र $x^2 + y^2 = a^2$ की परिधि को ज्ञात कीजिए। MGKVPonline.com

Find the perimeter of the curve $x^2 + y^2 = a^2$.

(i) वक्र $y^2 = 4ax$ और इसके नाभिलम्ब द्वारा घिरे क्षेत्रफल को ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by curves $y^2 = 4ax$ and its latus rectum.

(j) बिन्दु $x = 0$ के परितः $\sin x$ का प्रसार ज्ञात कीजिए।

Expand $\sin x$ about $x = 0$.

Unit-I

2. फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -1 \leq x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

MGKVPonline.com

की बिन्दु $x = 0$ पर सत्तता एवं अवकलनीयता को ज्ञात कीजिए।

Examine the nature of continuity and differentiability of function

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -1 \leq x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

at $x = 0$.

Or

3. यदि $y^{\frac{1}{m}} + y^{\frac{1}{m}} = 2x$

सिद्ध कीजिए- $(x^2-1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2-m^2)y = 0, (n \neq m)$

$(y_n)_0$ का मान भी ज्ञात कीजिए।

If $y^{\frac{1}{m}} + y^{\frac{1}{m}} = 2x$,

then prove that- $(x^2-1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2-m^2)y = 0, (n \neq m)$

Also find $(y_n)_0$.

Unit-II

4. टेलर के प्रमेय का प्रावक्कथन लिखते हुए उसे सिद्ध कीजिए। मैक्लारिन के प्रमेय द्वारा फलन $\log(1+x)$ का प्रसार ज्ञात कीजिए।

State and prove Taylor's theorem. Expand $\log(1+x)$ by Maclaurin's theorem.

Or

5. यदि $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$ और $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ हो तो $\frac{\partial(r, \theta, \phi)}{\partial(x, y, z)}$

का मान ज्ञात कीजिए।

If $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$ and $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), \frac{\partial(r, \theta, \phi)}{\partial(x, y, z)}$

Unit-III

6. वक्र $y^2(2a-x) = x^3$ के सभी अनन्त स्पर्शियों को ज्ञात कीजिए तथा वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ का आरेखन भी कीजिए।

Find all the asymptotes of the curve $y^2(2a-x) = x^3$. Also, trace the curve $x^3 + y^3 = 3axy$.

Or

7. यदि किसी वक्र $y = f(x)$ की वक्रता त्रिज्या ' ρ ' हो तो सिद्ध कीजिए- सरल रेखा की वक्रता त्रिज्या को ज्ञात कीजिए। MGKVPonline.com

Prove that the radius of curvature ' ρ ' of curve $y = f(x)$ is-

$$\rho = \frac{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

सरल रेखा $y = mx + c$ की वक्रता त्रिज्या को ज्ञात कीजिए।

Find the radius of curvature of a Straight line $y = mx + c$.

Unit-IV

8. (a) समाकलन $\int_0^2 \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} \frac{x \, dx \, dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate the integral $\int_0^2 \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} \frac{x \, dx \, dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

by changing to polar coordinate.

- (b) दिये गये परवलय $y^2 = 4ax$ के शीर्ष और इसके नाभिलम्ब के किसी एक छोर के बीच के भाग की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of the arc of a parabola $y^2 = 4ax$ extending from vertex to an extremity of latus rectum. Or

9. वक्र $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$ के फंदे की लम्बाई ज्ञात कीजिए। यदि वक्र को x-अक्ष के परितः घुमा दिया जाय तो फंदे द्वारा जनित आयतन को निकालिए।

Find the length of loop of curve

$$y^2(a+x) = x^2(3a-x).$$

If the curve is revolved about x-axis, then find the volume generated by that loop.

अपना पेपर हमें WHATSAPP या Email करें और 10 से 20 रुपए का मोबाइल TOPUP या PAYTM प्राप्त करें और अपने जूनियर्स कि मरट भी करें।

Whatsapp No 9300930012

E-mail MA9300930012@GMAIL.COM