

**B.Sc. (Part-I) Examination, 2015**  
**Mathematics- First Paper (Algebra and Trigonometry)**

1. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए (Answer the following questions)-  $2.5 \times 10$

(i) अभिसारी अनन्त श्रेणी को परिभाषित कीजिए।

Define convergence of infinite series.

(ii) तुल्यता संबंध को परिभाषित कीजिए। (Define equivalence relation)

(iii) समुच्चय के विभाजन को परिभाषित कीजिए। (Define partition of a set).

(iv) समूह को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए। (Define group with an example)

(v) किसी समूह के केन्द्र को परिभाषित कीजिए। (Define centre of a group)

(vi) केली के प्रमेय के कथन का उल्लेख कीजिए। (State Cayley's theorem)

(vii) समूहों पर समाकारिता को परिभाषित कीजिए (Define Homomorphism on groups)

(viii) वलय को परिभाषित कीजिए। (Define ring)

(ix) फलन  $\sin(x+iy)$  के वास्तविक व अधिकलिपि मानों को अलग कीजिए।

Separate into real and imaginary parts of the function  $\sin(x+iy)$ .

(x) सिद्ध कीजिए (Prove that)-  $\sin(ix) = i \sin hx$

**Unit-I**

2. (a) निम्नलिखित श्रेणी

5

Test the convergence of the following series

$$\sum \left( \frac{n^2 + 2}{2n^2 + 15} \right)^{\frac{1}{3}}$$

की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए।

(b) निम्नलिखित श्रेणी

5

Test the convergence of the following series.

$$\sum \left[ \log\left(1 + \frac{1}{n}\right) \right]^n$$

की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए।

Or

3. (a) निम्नलिखित श्रेणी

5

Test the convergence of the following series

$$1 + \frac{2x}{2!} + \frac{3^2 x^2}{3!} + \frac{4^3 x^3}{4!} + \dots \dots \infty, x > 0$$

की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए।

(b) दिखाइए कि सम्बन्ध कान्गुण्स माझुलो एक तुल्यता सम्बन्ध है।

5

Show that congruence modulo m relation is an equivalence relation.

**Unit-II**

4. (a) दिखाइये कि आव्यूहों का समुच्चय G (Prove that the set G of matrices) 5

$$A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

जहाँ  $\alpha$  एक वास्तविक संख्या है, आव्यूहों के गुणनफल के सापेक्ष समूह बनाता है।

where  $\alpha$  is a real number, forms a group under matrix multiplication.

- (b) दिखाइए कि कोई एक समूह आबेली होगा यदि और केवल यदि 5

$$(ab)^2 = a^2b^2$$

जहाँ प्रत्येक  $a, b \in G$

Show that a group  $G$  is abelian if and only if

$$(ab)^2 = a^2b^2 \quad \forall a, b \in G$$

Or

5. (a) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह के किसी अवयव का आर्डर उसके व्युत्क्रम के आर्डर के बराबर होता है।

Prove that the order of an element of a group is the same as the order of its inverse. 5

- (b) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक चक्रीय समूह आबेली होता है।

Prove that every cyclic group is abelian. 5

### Unit-III

6. (a) कैली प्रमेय के कथन को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

State and prove Cayley's theorem.

5

- (b) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह  $G$  का उपसमूह  $N, G$  का नारमल उपसमूह होगा यदि और केवल यदि

Prove that a subgroup  $N$  of a group  $G$  is a normal subgroup of  $G$  if and only if-

$$g Ng^{-1} = N \quad \forall g \in G$$

5 Or

7. (a) सिद्ध कीजिए कि किसी वलय  $R$  का अरिक्त उपसमुच्चय  $S$ , उपवलय होगा यदि और केवल यदि-

Prove that a non empty subset  $S$  of a ring  $R$  is a subring if and only if- 5

$$(i) a, b \in S \Rightarrow a - b \in S \quad (ii) a, b \in S \Rightarrow ab \in S$$

- (b) सिद्ध कीजिए कि दो आइडियलों का प्रतिच्छेदन एक आइडियल होता है। 5

Prove that the intersection of two Ideals is an Ideal.

8. (a) यदि  $\tan(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$ , सिद्ध कीजिए-

$$\theta = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, \quad \text{MGKVPonline.com}$$

$$\phi = \frac{1}{2} \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$$

5

If  $\tan(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$ , prove that-

$$\phi = \frac{1}{2} \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$$

- (b)  $\tan^{-1}(\alpha + i\beta)$  के वास्तविक और अधिकलिपि मानों को अलग कीजिए। 5

Separate  $\tan^{-1}(\alpha + i\beta)$  into real and imaginary parts.

Or

9. (a) निम्न श्रेणी का योगफल बताइए (Sum the series) : 5

$$1 - \cos\alpha \cos\beta + \frac{\cos^2\alpha \cos 2\beta}{L^2} - \frac{\cos^3\alpha \cos 3\beta}{L^3} + \dots$$

(b) निम्न श्रेणी का योगफल बताइए (Sum the series) : 5

$$\tan^{-1} \frac{1}{2.1^2} + \tan^{-1} \frac{1}{2.2^2} + \tan^{-1} \frac{1}{2.3^2} + \dots + \tan^{-1} \frac{1}{2.n^2}$$

अपना पेपर हमे WHATSAPP या Email करे और 10 से 20 रुपए का  
मोबाइल TOPUP या PAYTM प्राप्त करे और अपने जूनियर्स कि मटद भी  
करे

Whatsapp No 9300930012

E-mail MA9300930012@GMAIL.COM